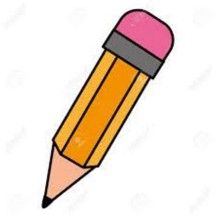
# <u>Unidad 3</u>: Función cuadrática



**Actividad 1:**

Dadas las siguientes funciones cuadráticas:

$f_1(x) = x^2 + 2x$  $f_2(x) = -2x^2 + 8$  $f_3(x) = -x^2 - x + 6$

$f_4(x) = x(x - 3)$  $f_5(x) = -2(x + 3)^2 - 2$

a) Grafica dichas funciones en un sistema de coordenadas cartesianas.
b) Determina gráficamente las raíces de cada función.
c) Determina analíticamente las raíces de las funciones cuadráticas.
d) Determina vértice y eje de simetría.
e) Para cada una de las funciones determina máximos y/ o mínimos.
f) Escribe los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los intervalos de positividad y los de negatividad.
g) Escribe cada una de ellas en las otras dos formas, si es posible.

**Actividad 2:**

Halla las raíces reales de las siguientes ecuaciones, siempre que sea posible:

a) $x^2 - 6x + 4 = 0$  b) $2x^2 + \frac{1}{2}x = 0$

c) $x^2 + 4x + 9 = 0$  d) $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{9} = 0$

e) $(2x - 1)^2 - (x + 1) = 0$

**Actividad 3:**

Halla el valor de “k” tal que $3x^2 + 15kx + 6 = 0$ tenga una raíz doble.

**Actividad 4:**

Encuentra el ó los valores de “t” para que cada una de las siguientes ecuaciones tenga :

i) una raíz doble.
ii) dos raíces reales distintas iii) dos raíces complejas conjugadas.

a) $2x^2 - 12x + 2t = 0$ b) $3x^2 + 15tx + 6 = 0$

**Actividad 5:**

Resuelve los siguientes problemas:

a) Si se añaden 3m. de cada lado de un cuadrado determinado, su superficie se incrementará en 153 $m^2$. ¿Cuál era la superficie original del cuadrado?

b) Halla la base y la altura de un rectángulo sabiendo que si se aumenta en 5 unidades a la base y se disminuye en 1 unidad la altura, el área no varía, y que la base supera a la altura en 4.

c) En los fondos de una vivienda hay un parque de 28 m. por 40m. donde se desea construir una pileta rectangular de 160 $m^2$. Se quiere que la franja de parque que rodeará a la misma sea de ancho uniforme. ¿Cuáles deberán ser las dimensiones de dicha pileta?

d) Halla el área de un cuadrado sabiendo que si el lado se incrementa en dos unidades, su área se incrementa en 36.

**Actividad 6:**

Resuelve analítica y gráficamente los siguientes sistemas mixtos:

a) $\begin{cases} x = 1 - y \\ y = x^2 + 2x - 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = x^2 + x + 4 \\ y + x = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} y = x^2 + x - 2 \\ y = 13x - 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 2 \\ y = -x^2 + 2x - 2 \end{cases}$

**Actividad 7:**

Señala con una cruz la respuesta correcta:

Dada la función $f: IR \to IR$ tal que $f(x) = x^2 - 3x - 10$ entonces $f(-3)$ es igual a :

-28 -10 8 ninguna de las anteriores

**Actividad 8:**

Completa sobre la línea punteada para que las siguientes proposiciones resulten verdaderas:

a) El valor de k, para que $4x^2 + 8kx + 1 = 0$ tenga una raíz doble positiva es k = ……..

b) Si una de las raíces de la ecuación $x^2 - kx + 15 = 0$ es $x_1 = 5$, entonces k ........... y la otra raíz es $x_2 =$ ..........

**Actividad 9:**

Dadas las funciones por tramos:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x & si\ x \neq 1 \\ 4 & si\ x = 1 \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} 3x + 2\ si\ x < 0 \\ (x-1)^2\ si\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) Represéntalas gráficamente.
b) Indica el dominio y la imagen de cada una de ellas.
c) Anota para ambas, $C_0$, $C_+$, $C_-$
d) Si Codom f = Codom g = IR, analiza la biyectividad de f y g.

**Actividad 10:**

a) Escribe la fórmula y graficar una función $f: IR \rightarrow IR$ por tramos que cumpla todas las condiciones siguientes:

- ✓ Es constante para los x menores que -1 y pasa por el punto p = (-3; -2)
- ✓ Es lineal para los x mayores o iguales que -1 y menores o iguales que 2, además pasa por los puntos a = (-1;-2) y b = (2;-3)
- ✓ Es cuadrática para los x mayores que 2, sus raíces son 3 y 5; además $f(4) = 1$

b) ¿Es f inyectiva, suryectiva y/o biyectiva?
c) Si contestaste que no es inyectiva, propone un dominio y un codominio para que lo sea.
d) Si contestaste que no es suryectiva, propone un dominio y un codominio para que lo sea.
e) ¿Es $f: [4, \infty) \rightarrow (-\infty, 1]$ biyectiva?

# Claves de corrección

# Unidad 3

**Actividad 1:**

c) $\{-2,0\}$ ; $\{-2,2\}$ ; $\{-3,2\}$ ; $\{0,3\}$ ; tiene raíces reales;

d) $V(-1,-1)$ ; $V(0,8)$ ; $V\left(-\frac{1}{2},\frac{25}{4}\right)$ ; $V\left(\frac{3}{2},-\frac{9}{4}\right)$ ; $V(-3,-2)$

e) $Mínimo\ (-1,-1)$ ; $Máximo\ (0,8)$ ; $Máximo\left(-\frac{1}{2},\frac{25}{4}\right)$ ; $Mínimo\left(\frac{3}{2},-\frac{9}{4}\right)$ ; $Máximo\ (-3,-2)$

**Actividad 2:**

a) $\{3+\sqrt{5}\ ,\ 3-\sqrt{5}\}$

b) $\left\{-\frac{1}{4},0\right\}$

c) no tiene solución real

d) $\left\{-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right\}$

e) $\left\{0,\frac{5}{4}\right\}$

**Actividad 3:**

$\mathrm{k}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ó $\mathrm{k}=-\frac{2\sqrt{2}}{5}$

**Actividad 4:**

a) i) $t=9$ ii) $t<9$ iii) $t>9$

b) i) $t=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ó $t=-\frac{2\sqrt{2}}{5}$

ii) $t>\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ó $t<-\frac{2\sqrt{2}}{5}$

iii) $-\frac{2\sqrt{2}}{5}<t<\frac{2\sqrt{2}}{5}$

**Actividad 5:**

a) Superficie = 576 $m^2$
b) La base mide 6,25 y la altura 2,25.
c) Las dimensiones deben ser de 8 metros por 20 metros.
d) El área es 64.

**Actividad 6:**

a) $S = \{(-4{,}5); (1{,}0)\}$

b) $S = \{\quad\}$

c) $S = \{(1{,}5)\}$

d) $S = \{(0,-2); (2,-2)\}$

**Actividad 7:**

f ( -3 ) = 8

**Actividad 8:**

a) $k = -\frac{1}{2}$

b) $k = 8$ ; $x_2 = 3$

**Actividad 9:**

b) $Dom\ f = IR$; $Imf = (-\infty;\ 2{,}25] \cup \{4\}$
$Dom\ g = Imf = IR$

c) Función $f$:
$C_0 = \{0; 3\}$ ; $C_+ = (0{,}3)$; $C_- = (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$;
$I.C. = (-\infty, 1) \cup (1; 1{,}5)$; $I.D. = (1{,}5;\ \infty)$

Función $g$:
$C_0 = \{1\}$ ; $C_+ = \left(-\dfrac{2}{3}, 1\right) \cup (1, \infty)$; $C_- = \left(-\infty, -\dfrac{2}{3}\right)$;
$I.C. = (-\infty, 0) \cup (1, \infty)$; $I.D. = (0, 1)$

d) La función f no es inyectiva, ni suryectiva, ni biyectiva.

La función g no es inyectiva, es suryectiva, no es biyectiva.

**Actividad 10 :**

a) $f(x) = \begin{cases} -2 \;\; si\ x \in (-\infty, -1) \\ -\frac{1}{3}x - \frac{7}{3} \;\; si\ x \in [-1,2] \\ -1(x-3)(x-5) si\ x \in (2, \infty) \end{cases}$

b) No es nada

c) Algunas posibles respuestas son:

$f: [-1,2] \to IR$ ó $f: (2,4] \to IR$

d) $f: IR \to (-\infty, 1]$ hay otras respuestas, "achicando" el dominio