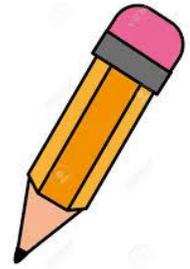


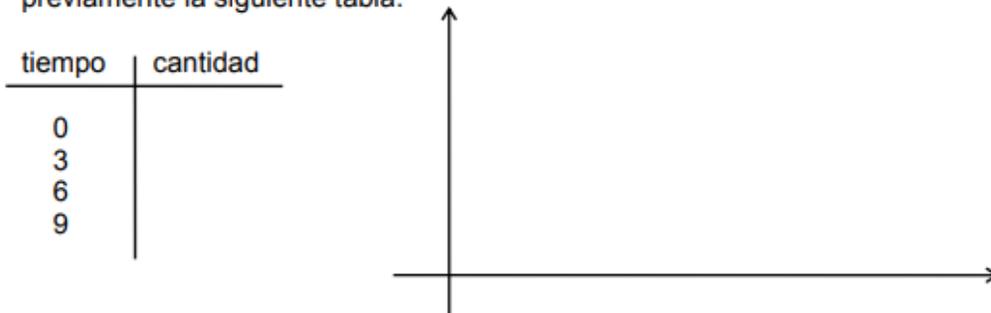
Unidad 6



Actividad 1:

Una población de bacterias está en un medio tal que se reproduce duplicándose cada tres horas. En el momento en que se comienza la observación existían 5000 bacterias; al cabo de tres horas, 10000; a las nueve horas, 40000; y así sucesivamente.

Suponiendo su reproducción en forma continua, grafica dichos valores completando previamente la siguiente tabla:



Como estas bacterias se duplican cada tres horas, ¿cuántas habrá a las 12 horas?, ¿y cuántas había 3, 6 y 9 horas antes?

Completa con estos valores la tabla y agrega en el gráfico.

tiempo	cantidad
12	
-3	
-6	
-9	

- ¿Cuál es el valor de a ?
- Entonces $y =$
- ¿En cuánto tiempo habrá 160000 bacterias?.

Actividad 2:

Representa gráficamente las siguientes funciones de la forma $y = a^x$; $a > 0$:

a) $y = 2^x$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $y = 1^x$

d) $y = e^x$

Determina dominio e imagen.

Actividad 3:

De la observación de los gráficos anteriores:

- a) Tacha lo que no corresponda:

- Si $a = 1$ la función es creciente
decreciente
constante

- Para $a > 1$ la función es creciente
decreciente
constante
- Para $0 < a < 1$ la función es creciente
decreciente
constante

b) Completa :

- Las curvas exponenciales de la forma $y = a^x$, $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, cortan al eje y en el punto (..... ;.....) ¿y al eje x?
- $y = a^x$ es simétrica de $y = \dots\dots\dots$
- Si $a > 1$, Dom. $f = \dots\dots\dots$ y la Im $f = \dots\dots\dots$
- Si $0 < a < 1$, Dom. $f = \dots\dots\dots$ y la Im $f = \dots\dots\dots$

Actividad 4 :

Representa en un mismo sistema de coordenadas las siguientes funciones exponenciales de la forma $y = k \cdot a^x$:

i) $y = 2 \cdot 2^x$ ii) $y = \frac{1}{2} \cdot 2^x$ iii) $y = -2 \cdot 2^x$ iv) $y = -\frac{1}{2} \cdot 2^x$

a) Halla el dominio y la imagen de estas funciones.

b) Completa :

- En i) la curva corta al eje y en (..... ,)
- En ii) la curva corta al eje y en (..... ,)
- En iii) la curva corta al eje y en (..... ,)
- En iv) la curva corta al eje y en (..... ,)
- Los gráficos i) y iii) son simétricos con respecto al eje
- Los gráficos ii) y iv) son simétricos con respecto al eje

c) En general las curva de la forma $y = k \cdot a^x$ ($k \in \mathbb{R} - \{0\}$; $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$)

- Cortan al eje y en el punto (..... ,)
- Para valores opuestos de k , las curvas son simétricas con respecto al eje

Actividad 5 :

Estudiando el crecimiento de un potrillo, se observa que al comenzar la investigación su peso es de 50 kg. Al mes el peso se incrementa en un 20 % o sea alcanza un peso dekg. En el segundo mes, se incrementa otro 20 %, el peso es entonces de kg.

Grafica y escribe la fórmula representativa de la función.

Actividad 6 :

Calcula el valor de y ó de x .

Actividad 10:

¿Cuál es el valor de x? No utilizar calculadora.

a) $x = \log 25 + \log 4$

b) $x = \log \frac{1}{1000} - \log 0,1$

Actividad 11:

Aplicando definición y/o propiedades de logaritmo, determina x. Verifica los resultados.

a) $\log_3 (2 - 3x) = 1$

b) $\log_2 x^2 = 0$

c) $\log_2 (x^2 + 2) = 0$

d) $\log_2 (x^2 - 4x + 7) = 2$

e) $\log (x + 1) - \log (x + 2) = 0$

Actividad 12:

Resuelve el sistema:

$$\log_2 (x + 2) = 5$$

$$\log (x + 2y) = 1$$

Actividad 13:

Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $3^x = 0,14$

b) $10^{2x-1} = 10^{1-x}$

c) $2^{-3x+1} = 5$

d) $4^{x^2 - \frac{3}{2}x - 1} = 1$

Actividad 14 :

Resuelve los siguientes problemas :

a) Un caso especial de la ley de Newton sobre la rapidez con que se enfría un cuerpo caliente es $100 = 50 \cdot e^{-0,25r}$. Encontrar r .

b) La población $N(t)$ (en millones) de Estados Unidos t años después de 1980 se puede aproximar mediante la fórmula $N(t) = 227 \cdot e^{0,007 \cdot t}$ ¿Cuándo será la población el doble de lo que era en 1980?

c) Se pone un recipiente con agua a hervir y luego se retira del fuego, se lo coloca a temperatura ambiente (20°C). El agua se va enfriando a medida que transcurre el tiempo. La función que describe este fenómeno es la siguiente: $T = 20 + 80 \cdot e^{-0,41 \cdot t}$ donde T es la temperatura del agua en $^\circ\text{C}$ y t el tiempo que transcurre en minutos. a) ¿Cuál es la temperatura del agua en el instante inicial? b) En qué momento se midió una temperatura de 30°C ?

Actividad 15.

$$\text{Graficar la función } f(x) = \begin{cases} 2 \cdot 3^x & \text{si } x \in (-\infty; 1] \\ 11 - 5x & \text{si } x \in (1; 2) \\ \log_2 x & \text{si } x \in [2; \infty) \end{cases}$$

Completar sobre las líneas punteadas:

Dom f = Im f = C_0 = C_+ = C_- =

Intervalos de crecimiento = Intervalos de decrecimiento =

Ecuaciones de las rectas asíntotas :

Actividad 16:

Escribir la fórmula y graficar una función por tramos que cumpla todas las condiciones siguientes:

- Para $x \leq 1$, es de la forma $y = k \cdot a^x$, y pasa por los puntos $(0; \frac{1}{2})$ y $(-1; \frac{1}{4})$
- Para $x > 1$, es de la forma $y = \log_b(x - a)$, $f(4) = 1$ y $f(10) = 2$

Hallar dominio, imagen, C_0 , C_+ , C_- , intervalos de crecimiento y decrecimiento, asíntotas.

Claves de corrección

Unidad 6

Actividad 1:

tiempo	cantidad
	5000 10000 20000 40000

tiempo	cantidad
	80000 2500 1250 625

- a) $a = \sqrt[3]{2}$
b) $y = 5000 \cdot (\sqrt[3]{2})^x$
c) en 15 horas.

Actividad 2:

- a) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}^+$
b) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}^+$
c) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \{1\}$
d) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}^+$

Actividad 3:

- a)
- constante
 - creciente
 - decreciente
- b)
- $(0, 1)$; no corta al eje x
 - $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$
 - \mathbb{R} ; \mathbb{R}^+
 - \mathbb{R} ; \mathbb{R}^+

Actividad 4:

- a) i) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}^+$
ii) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}^+$

iii) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}^-$
iv) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}^-$

b) i) $(0, 2)$ ii) $(0, 1/2)$ iii) $(0, -2)$ iv) $(0, -1/2)$
i) y iii) simétricos respecto al eje x ; ii) y iv) simétricos respecto al eje x
c) $(0, k)$ eje x

Actividad 5: 60 Kg ; 72 Kg ; $y = 50 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^x$

Actividad 6: a) $y = 3$ b) $y = 1$ c) $y = -2$
d) $y = -3$ e) $x = 2$ f) $x = 1$

Actividad 7: a) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}^+$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}$
b) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}^+$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}$
c) $\text{Dom } f(x) = \mathbb{R}^+$; $\text{Im } f(x) = \mathbb{R}$

Actividad 8:

a) creciente
decreciente
b) $(1, 0)$; no lo corta , es asíntota.

Actividad 9:

a) $a = 16$
b) $k = 3$ y $a = 2$
c) $k = -\frac{44}{45}$

Actividad 10: a) $x = 2$ b) $x = -2$

Actividad 11: a) $x = -\frac{1}{3}$ b) $x = 1$ ó $x = -1$
c) no existe x d) $x = 1$ ó $x = 3$
e) no existe x

Actividad 12: $x = 30$; $y = -10$

Actividad 13: a) $x \cong -1,789634$ b) $x = \frac{2}{3}$
c) $x \cong -0,440643$ d) $x = 2$ ó $x = -\frac{1}{2}$

Actividad 14:

- a) $r \cong -2,77$
b) En el año 2079 o sea 99 años después.
c) a) $100\text{ }^\circ\text{C}$ b) a los 5 minutos

Actividad 15:

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \quad \text{Im } f = (0; \infty)$$

$$C_0 = \emptyset \quad C_+ = \mathbb{R} \quad C_- = \emptyset$$

$$\text{I.C} = (-\infty; 1) \cup (2; \infty) \quad \text{I.D} = (1; 2)$$

$$\text{Asíntota: } y = 0$$

Actividad 16:

$$\text{Fórmula: } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 2^x & \text{si } x \leq 1 \\ \log_3(x-1) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} \quad \text{Im } f = \mathbb{R}$$

$$C_0 = \{2\} \quad C_+ = (-\infty; 1] \cup (2; \infty) \quad C_- = (1; 2)$$

$$\text{I.C} = (-\infty; 1) \cup (1; \infty) \quad \text{I.D} = \emptyset$$

$$\text{Asíntotas: } y = 0; x = 1$$