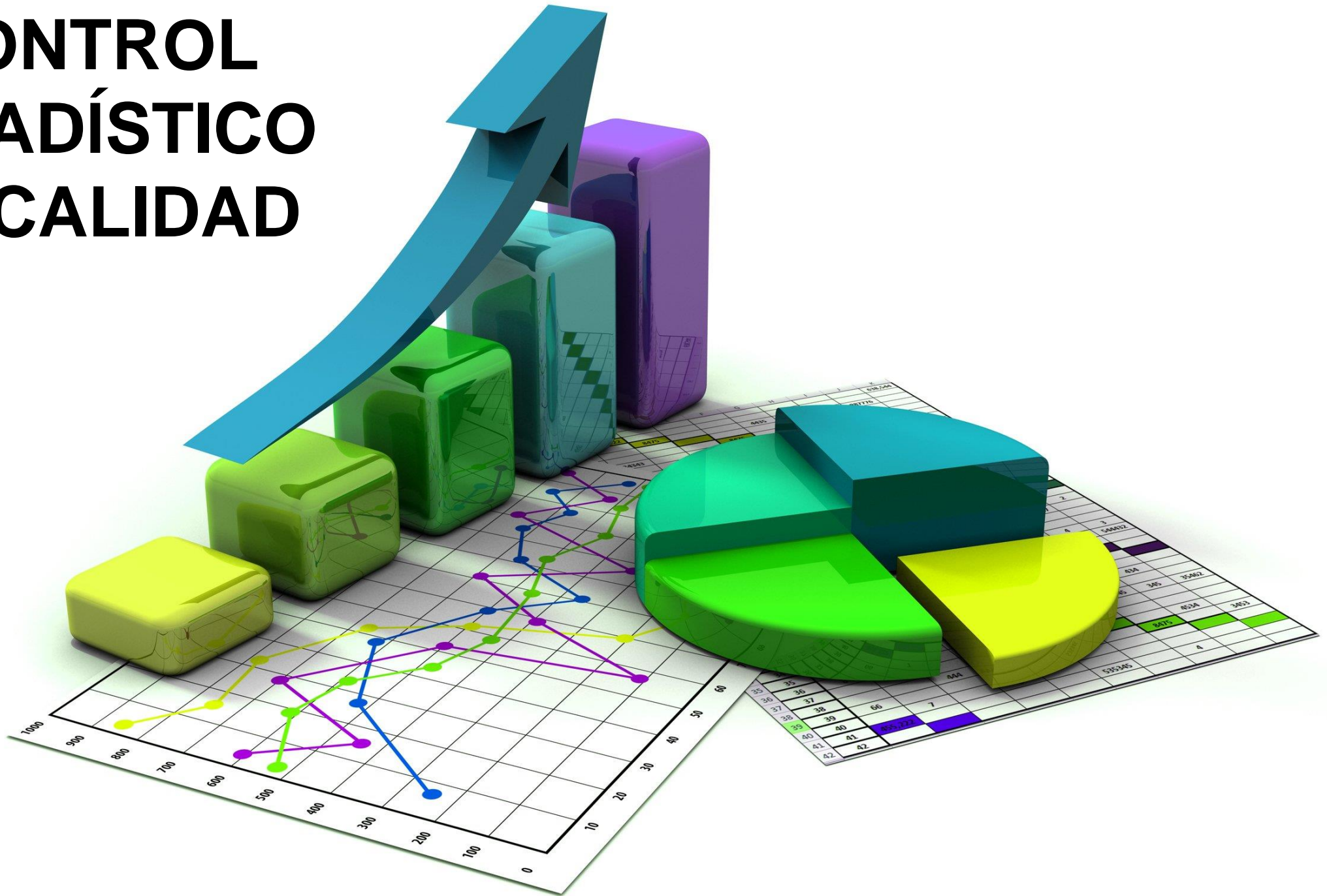


CONTROL ESTADÍSTICO DE CALIDAD

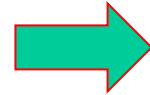


FUNDAMENTOS ESTADÍSTICOS

Se utilizan normalmente cuatro tipo de distribuciones de probabilidad en el Control Estadístico de Proceso: Binomial, Poisson, Normal y t de Student

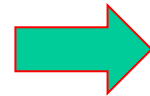
Análisis de Datos:

La tendencia Central de una simple serie de datos puede reportarse con la Media Aritmética.



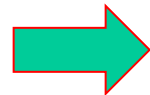
2; 5; 3; 7; 8 $N = 5$
Media = $25/5 = 5$

Cuando los valores se ordenan por magnitud en el punto medio de la serie de datos encontraremos un valor llamado Mediana



2,3,7,9,21,22,45,67,68,69,72
Mediana = 22
4, 6, 9, 12, 24, 45, 56, 58, 59, 63, 68, 69
Mediana = $(45 + 56):2 = 50.5$

Ni la Media ni la Mediana proveen la totalidad de la información sobre los datos



Vía Inductiva: De un ejemplo sacamos una conclusión general

Ejemplo: En una línea de producción sacamos a intervalos regulares cinco frascos para controlar el peso neto.

Grupo de datos (peso neto), 184 g en frascos de pistachos

**Familiaricémonos
con esto**



Tamaño de la
muestra
 $n=5$

Cantidad de
muestras
 $N=20$

Sample	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Total	Mean
1	187	190	183	185	188	933	186.6
2	186	182	183	185	189	925	185
3	187	189	192	192	188	948	189.6
4	190	189	189	187	187	942	188.4
5	188	188	183	187	183	929	185.8
6	187	185	187	190	185	934	186.8
7	194	189	194	186	187	950	190
8	183	188	187	187	183	928	185.6
9	189	192	194	183	188	946	189.2
10	188	186	193	191	185	943	188.6
11	187	187	188	182	183	927	185.4
12	188	188	190	190	183	939	187.8
13	186	189	194	186	192	947	189.4
14	189	184	194	188	190	945	189
15	190	186	189	191	187	943	188.6
16	188	189	185	185	183	930	186
17	185	188	193	188	188	942	186.4
18	187	187	190	189	183	936	187.2
19	194	183	191	191	192	951	190.2
20	186	188	188	180	186	928	185.6

$\Sigma X = 18,766$ $\bar{X} = 187,65$

Desviación de 184 g ($X - 184$). Frascos de pistachos

Sample	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Total	Mean	Range
1	3	6	-1	1	4	13	2.6	7
2	2	-2	-1	1	5	5	1	7
3	3	5	8	8	4	28	5.6	5
4	6	5	5	3	3	22	4.4	3
5	4	4	-1	3	-1	9	1.8	5
6	3	1	3	6	1	14	2.8	5
7	10	5	10	2	3	30	6	8
8	-1	4	3	3	-1	8	1.6	5
9	5	8	10	-1	4	26	5.2	11
10	4	2	9	7	1	23	4.6	8
11	3	3	4	-2	-1	7	1.4	6
12	4	4	6	6	-1	19	3.8	7
13	2	5	10	2	8	27	5.4	8
14	5	0	10	4	6	25	5	10
15	6	2	5	7	3	23	4.6	5
16	4	5	1	1	-1	10	2	6
17	1	4	9	4	4	22	4.4	8
18	3	3	6	5	-1	16	3.2	7
19	10	-1	7	7	8	31	6.2	11
20	2	4	4	-4	2	8	1.6	8
						<u>366</u>	<u>73.2</u>	<u>140</u>

Note: $\bar{X} = 184 + (366/100) = 187.66$.

Dispersión

Dos medias iguales pueden tener series de datos distintos

Rango: aplicación limitada puede dar una impresión exagerada de dispersión de los datos. Fácil determinación

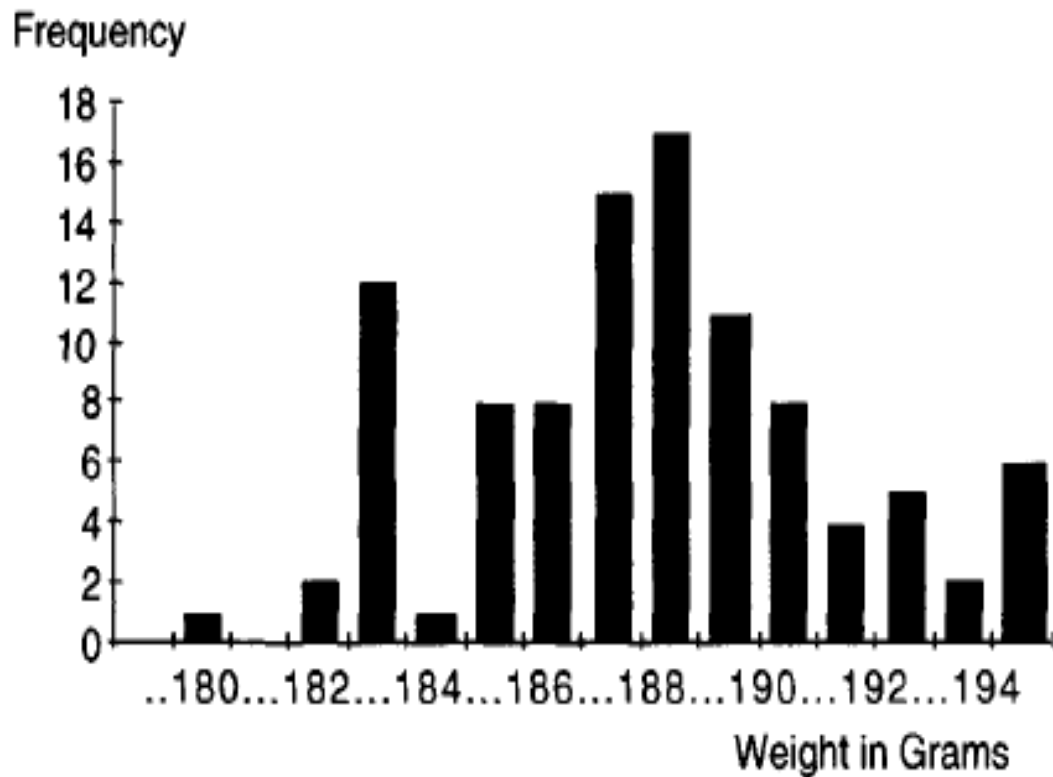
Desvío Standard: de aplicación en muestras de mayor tamaño. Requiere sistemas de Cálculos

$$(X - \bar{X}) \quad \rightarrow \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{N}}$$

Frecuencia y Desvío estándar calculados para los frascos de pistachos

X	Frequency	f	fX	$X - \bar{X}$	$f(X - \bar{X})^2$
180	/	1	180	-7.66	58.6756
181		0	0	-6.66	0
182	//	2	364	-5.66	64.0712
183	////////	12	2196	-4.66	260.5872
184	/	1	184	-3.66	13.3956,
185	////////	8	1480	-2.66	56.6048
186	////////	8	1488	-1.66	22.0448
187	//////////	15	2805	-0.66	6.5340
188	//////////	17	3196	0.34	1.9652
189	////////	11	2079	1.34	19.7516
190	////////	8	1520	2.34	43.8048
191	////	4	764	3.34	44.6224
192	////	5	960	4.34	94.1780
193	//	2	386	5.34	57.0312
194	////	6	1164	6.34	241.1736
		100	18766		984.44

Range of weights = 194 – 180.



Histograma para la distribución de pesos

Rangos de Diferencias = $(X - 184)$

$X - 184$	f	fX	fX^2
-4	1	-4	16
-6	0	0	0
-2	2	-4	8
-1	12	-12	12
0	1	0	0
1	8	8	8
2	8	16	32
3	15	45	135
4	17	68	272
5	11	55	275
6	8	48	286
7	4	28	196
8	5	40	320
9	2	18	162
10	6	60	600
	<u>100</u>	<u>366</u>	<u>2324</u>

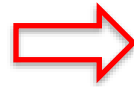
PROBABILIDAD

r Artículos Defectuosos
n Artículos

Probabilidad de defectos: **p**
= r/n

Probabilidad de no defectos:
q = (n - r)/n

Si **p** es la probabilidad de defectos en una muestra



El número de defectos esperados en **n** muestras es **np**

Las observaciones pueden ser medidas físicas (largo, peso, volumen, etc.) o simple conteo de defectos (demasiado grande o chico, rayado, dañado, etc.)

Las observaciones dentro de los límites seleccionados se refieren a los “Datos”

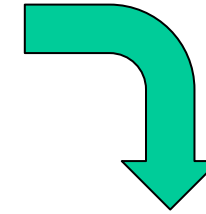
Los Datos se pueden obtener de muestras o de la total población y la posición, arreglo o frecuencia de ocurrencia de los valores se definen como distribución de datos

Dependiendo del tipo de producto, proceso o sistema examinado los datos pueden tener diferentes tipos de distribución y ningún análisis debe ser realizado sin entender primero el tipo de distribución de probabilidades presente

Distribución Binomial: es una distribución de probabilidad discreta que cuenta el número de éxitos en una secuencia de **n** ensayos independientes, con una probabilidad fija **p** de ocurrencia del éxito entre los ensayos con **q = 1 - p**

$$P(r) = \binom{n}{r} q^{n-r} p^r$$

Una Distribución cuyos términos son proporcionales a una sucesión de términos de la expansión binomial se llama Distribución Binomial



$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$\mu = np \quad y \quad \sigma = \sqrt{npq}$$

$$(x + a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$$

Ejemplo: En un proceso de manufactura en el cual el 10% de los artículos son defectuosos, tomo una muestra de 5 artículos. ¿Cual es la probabilidad en la muestra de haya exactamente (a) 0, 1, 2, 3, 4, 5 artículos defectuosos (b) 2 o menos defectuosos?

No. of defectives r	Probabilities $P(r)$	
0	$P(r = 0) = \binom{5}{0} \left(\frac{9}{10}\right)^5 \left(\frac{1}{10}\right)^0 =$	$= 0.59049$
1	$P(r = 1) = \binom{5}{1} \left(\frac{9}{10}\right)^4 \left(\frac{1}{10}\right)^1 =$	0.32805
2	$P(r = 2) = \binom{5}{2} \left(\frac{9}{10}\right)^3 \left(\frac{1}{10}\right)^2 =$	0.07290
3	$P(r = 3) = \binom{5}{3} \left(\frac{9}{10}\right)^2 \left(\frac{1}{10}\right)^3 =$	0.00810
4	$P(r = 4) = \binom{5}{4} \left(\frac{9}{10}\right)^1 \left(\frac{1}{10}\right)^4 =$	0.00045
5	$P(r = 5) = \binom{5}{5} \left(\frac{9}{10}\right)^0 \left(\frac{1}{10}\right)^5 =$	$\frac{0.00001}{1.00000}$

(b)

$$P(r < 3) = P(r = 0) + P(r = 1) + P(r = 2) = 0.99144$$

Distribución de Poisson: Una aproximación de la distribución Binomial que tiene lugar cuando:

1. La probabilidad de defectos es baja(< 0,1)
2. El número de observaciones es grande (> 16)
3. El tamaño de la muestra es pequeño con respecto a la población (< 10%)

$$P(r = c) = e^{-np} \frac{(np)^r}{r!} \quad (r = c = 0,1,2,\dots,n) \text{ and } e = 2,718$$

Ejemplo: En un gran embarque de artículos se sabe que el 5% son defectuosos. ¿Cual es la probabilidad que en una muestra de 100 artículos del embarque haya 2 o menos defectuosos?

$$\mu = np' = 100(.05) = 5; \quad c = 2$$

$\begin{array}{c} c \\ \swarrow \\ np' \end{array}$	No. of defectives								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
(Mean 5.0)	0.007	0.040	0.125	0.265	0.440	0.616	0.762	0.867	0.932

Distribución Normal

La distribución binomial y Poisson tiene lugar solo en caso de variables discretas.

En variables continuas con gran cantidad de mediciones el histograma tiene a una curva de ocurrencia conocida con el nombre de Curva Normal.

Este tipo de distribución es de gran aplicación en Control de Calidad.

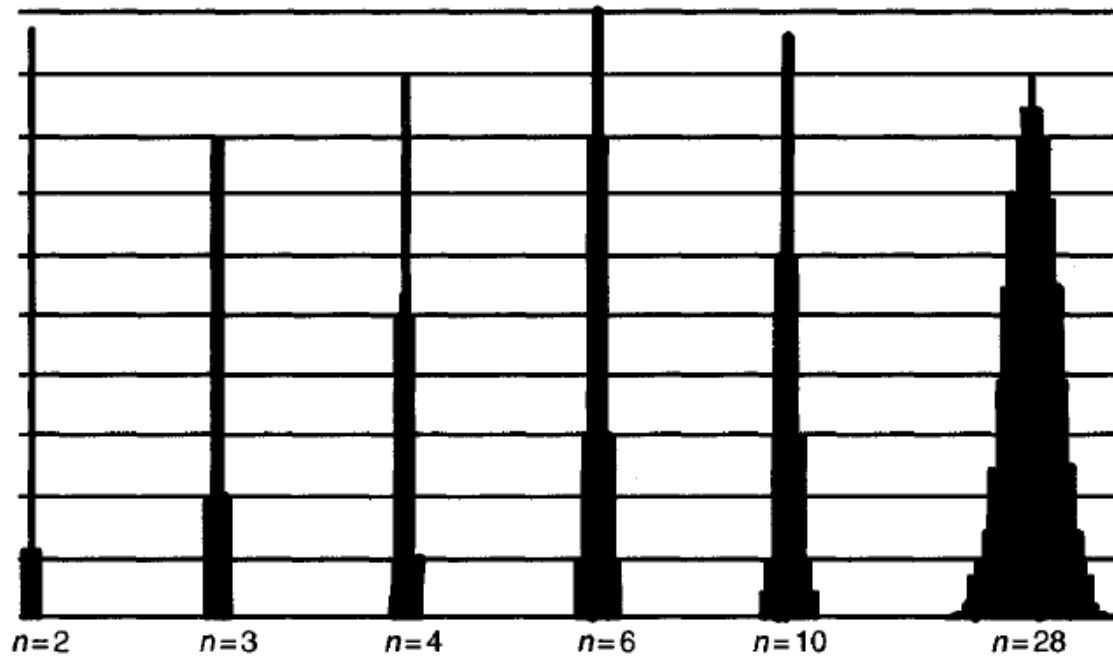
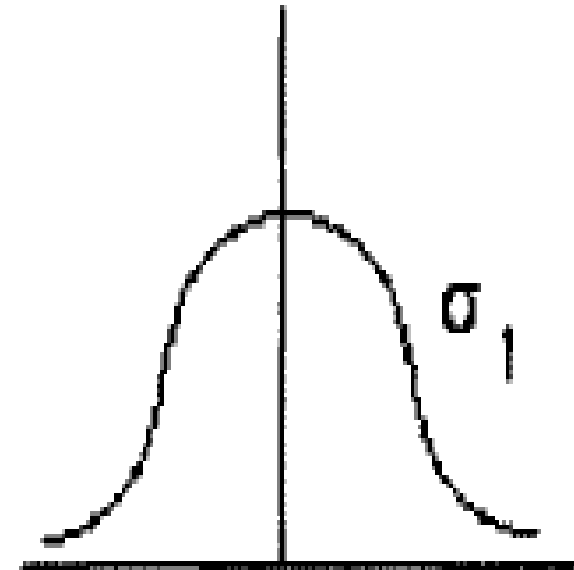
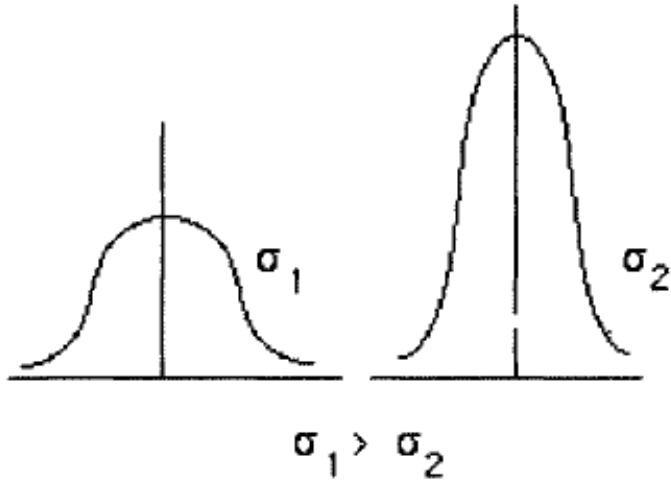


Figure 4-4. Normal distribution as n increases.



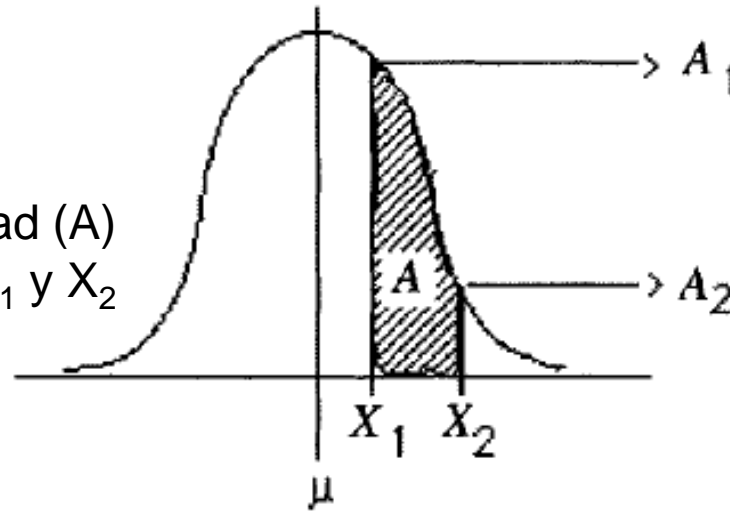
Donde σ es la
desviación standard



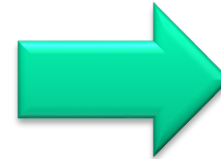
La ecuación que
define la
probabilidad
normal es

$$P = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-(X-\mu)^2/2\sigma^2}$$

Área de Probabilidad (A)
entre X_1 y X_2



Para los cálculos se utilizan de tablas
Normalizadas a valor Unitario para
encontrar las áreas bajo la curva.



$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Distribución de Medias de Muestra

Debemos
clarificar
entre

Parámetros: valores de μ (media) σ (desvío standard) obtenidos de de la población

Variable Estadística: valores de \bar{X} and s , desde las muestras, para estimar μ (media) σ (desvío standard)

Aproximación Normal de Distribución Binomial

n es grande
 p pequeño

$$\rightarrow \mu = np \leq 5$$

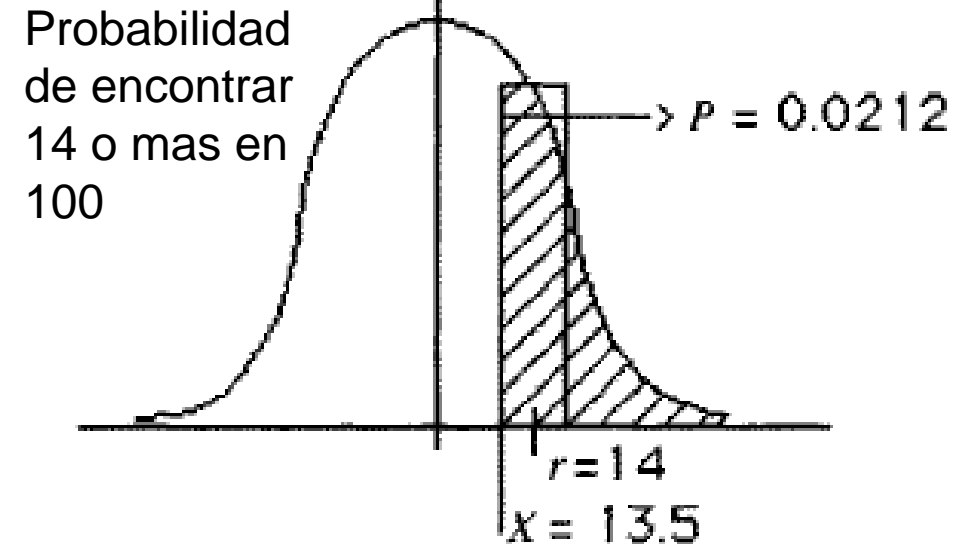
Si n es grande y $\mu = np < 5$ la curva normal puede utilizarse para calcular las probabilidades discretas

Para esto debemos centrar cada block a r adicionando o sustrayendo $\frac{1}{2}$ al valor r

Entonces: $\mu = n.p$ y $\sigma = \sqrt{n.p.q}$

Con $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$ Entramos a la tabla

Ejemplo: tomo muestra de a 100 unidades y se que 5 de cada 1000 pueden ser defectuosas.



CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS

Todo proceso de fabricación funciona dentro de ciertas condiciones que son establecidas por las personas que lo manejan.



Un Criterio Aplicable

Las 6 M

- Máquinas
- Medición
- Métodos
- Materias Primas
- Mano de Obra
- Medioambiente

Cada uno de estos factores está sujeto a *variaciones* que realizan aportes más o menos significativos a la fluctuación de las características del producto durante el proceso.

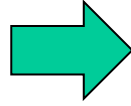
Causas Asignables y no Asignables

- ❑ Hay una gran cantidad de variables que sería imposible o muy difícil controlar y que se denominan ***variables no controlables***.
- ❑ Los efectos que producen las ***variables no controlables*** son ***aleatorios***.
- ❑ La contribución de cada ***variables no controlables*** a la variabilidad total es ***pequeña***.
- ❑ Son las ***variables no controlables*** las responsables de la ***variabilidad*** de las ***características de calidad*** del producto.

Las ***fluctuaciones al azar*** de la ***variables no controlables*** se denominan ***Causas No Asignables*** de variación del proceso, porque no es posible identificarlas.

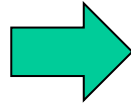
Las ***fluctuaciones significativas*** en las ***variables controlables*** se denominan ***Causas Asignables*** de variación del proceso, porque es posible identificarlas.

Causas Asignables



pocas causas de gran influencia en el proceso, pueden ser identificadas y que conviene descubrir y eliminar, por ejemplo, una falla de la máquina por desgaste de una pieza.

Causas No Asignables



gran cantidad de causas independientes no identificadas, ya sea por falta de medios técnicos o porque no es económico hacerlo, cada una de las cuales ejerce un pequeño efecto en la variación total tanto en exceso como en defecto y en circunstancias pueden tender a compensarse. Son inherentes al proceso mismo y no pueden ser reducidas o eliminadas a menos que se modifique el proceso.

Cuando el proceso trabaja afectado solamente por un sistema constante de variables aleatorias no controlables (causas no asignables) se dice que está funcionando bajo ***control estadístico***.

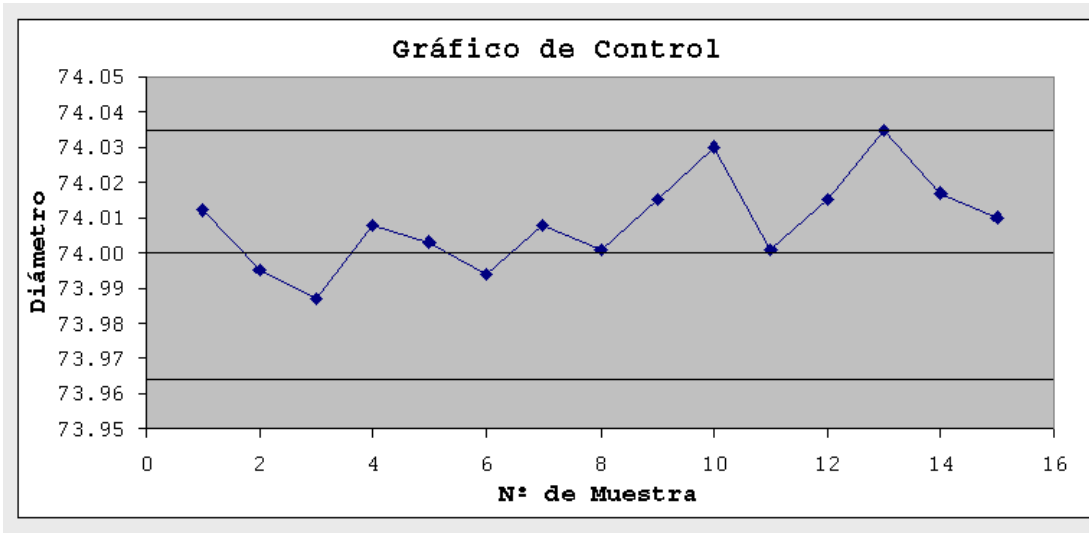
Cuando, además de las causas no asignables, aparece una o varias causas asignables, se dice que el proceso está ***fuera de control***.

Control Estadístico de Proceso

- 2) El sistema de causas aleatorias que actúa sobre el proceso genera un *universo hipotético de observaciones* (mediciones) que tiene una **distribución normal** y se usa esta propiedad para realizar el control → media y desviación normal.
- 3) Cuando aparece alguna **causa asignable** se provocan desviaciones adicionales en los resultados del proceso.

GRÁFICOS DE CONTROL

Son una importante herramienta utilizada en control de calidad de procesos



¿Cómo podemos distinguir si se produce por la fluctuación natural del proceso o porque el mismo ya no está funcionando bien?



Esto es lo que nos interesa determinar

Especificaciones, Tolerancias, Discrepancias

La **Especificación y sus tolerancias**, son dadas por el cliente o en su defecto el diseñador del producto

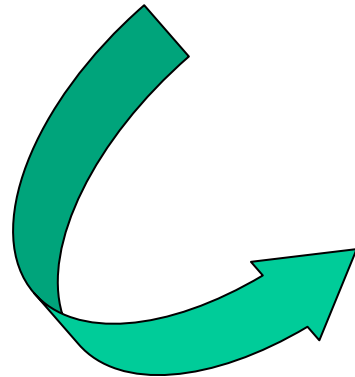
La Especificación indica como uno quiere el producto. Cada variable que tenga que ver con la calidad del producto tendrá que tener su correspondiente especificación

Los límites de tolerancia para dichas **Especificaciones**, establecerán si el producto se considera bueno y que si se excede dichos límites será defectuoso.

Un ejemplo de Especificaciones y sus Tolerancias son las siguientes:

Contenido de un envase de crema de leche: 200 c.c. \pm 5 c.c.

¿Porque las tolerancias?



Pues, desde el principio sabemos que los procesos poseen una **capacidad** relativa para que todos los productos sean iguales, por ello tenemos que poner límites, de forma que cuando se excedan dichos límites diremos que se producen **defectos**.
Por ejemplo un envase con 193 c.c.

Capacidad de Proceso o Capacidad de Máquina

El estudio de la Capacidad de Proceso consta de una serie de pasos.

1.- En primer lugar, se calculan los **Límites Naturales del Proceso**, que de ahora en mas se denominan: **Limites de Proceso Sin Valores Especificados**.

2.- A partir de las Especificaciones y sus tolerancias se transforman estas en lo que desde ahora llamaremos **Límites de Proceso Con Valores Especificados**.

Si la amplitud de los límites Con Valores Especificados, es mayor que la amplitud de los límites Sin Valores Especificados, podremos decir que el proceso es capaz de cumplir con lo que se le solicita. Por lo contrario, si la amplitud de los límites Con Especificaciones, es inferior a la amplitud de los límites Sin Especificaciones, diremos que el proceso no es capaz de cumplir con las especificaciones y consecuentemente, si se produce, habrá defectos.

Gráficos de control **CON** valores especificados

Hipótesis: distribución de mediciones tal que los parámetros (características de calidad) cumplen con la especificación.

Una característica de calidad de un producto debe cumplir con determinados valores para ser considerado como bueno o sea entre *límites definidos* y la pieza fuera de esos límites es defectuosa.

Términos usados:

- **Tolerancia:** distancia entre ambos límites (2σ)
- **Valor nominal:** valor central de la tolerancia (M)
- **Discrepancia:** mitad de la tolerancia (σ)

Gráficos de control **SIN** valores especificados

Hipótesis: distribución cuyos parámetros no tienen una tolerancia especificada todavía.

Los límites de control sin valores especificados proveen un método satisfactorio para realizar *ensayos de consistencia* y determinan la capacidad del proceso.

Relación entre parámetros y tolerancia

- **Exactitud:** parámetro que mide la media del universo \bar{X}

Relación entre \bar{X} y los valores establecidos para el producto (especificaciones) considerando la *dispersión constante*:

$$\bar{X} = M$$

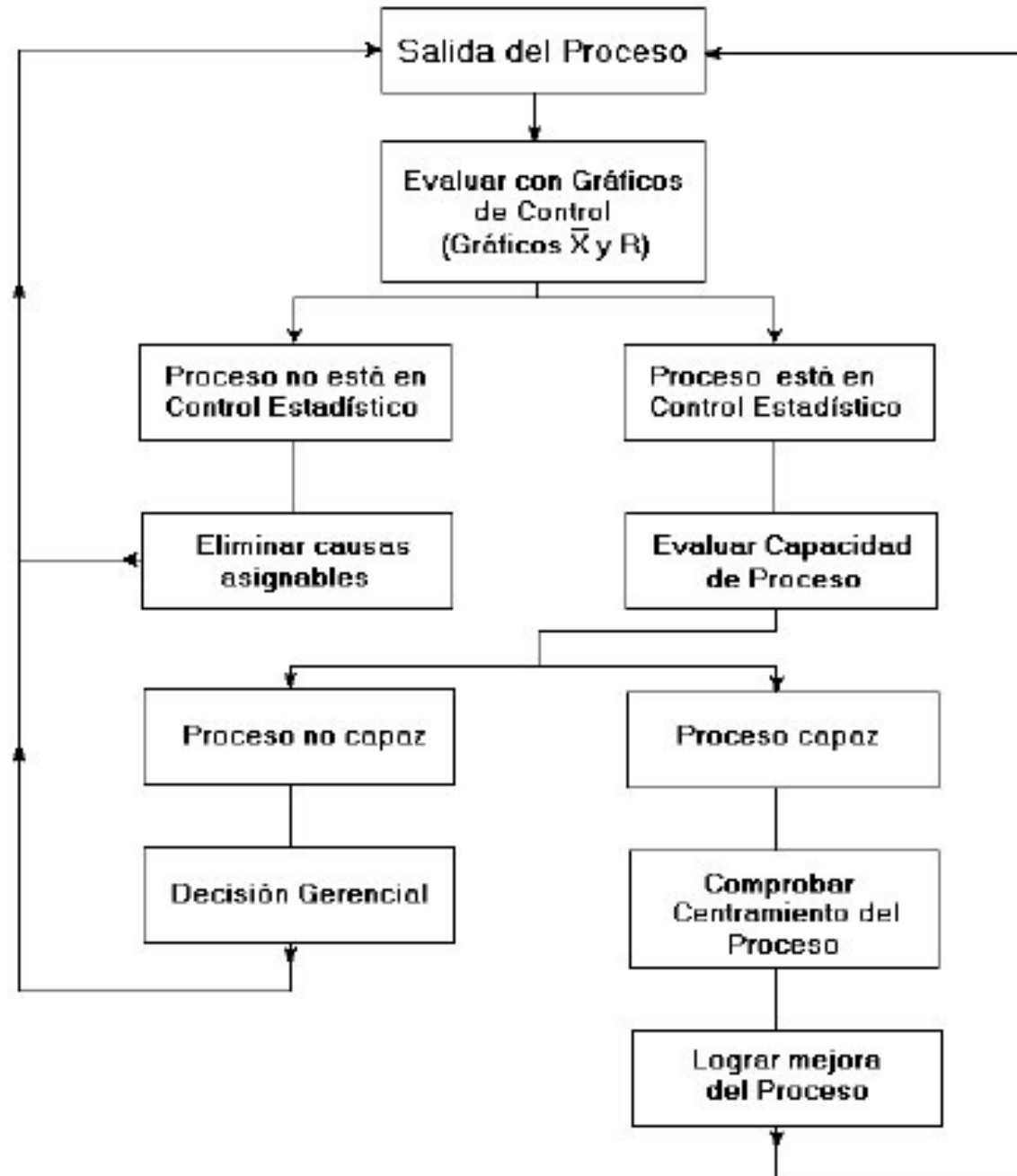
Da indicio del número de piezas defectuosas, a medida que X se aleja de M hay mayor nº de piezas defectuosas.

- **Precisión:** parámetro que mide la desviación normal del universo (σ).

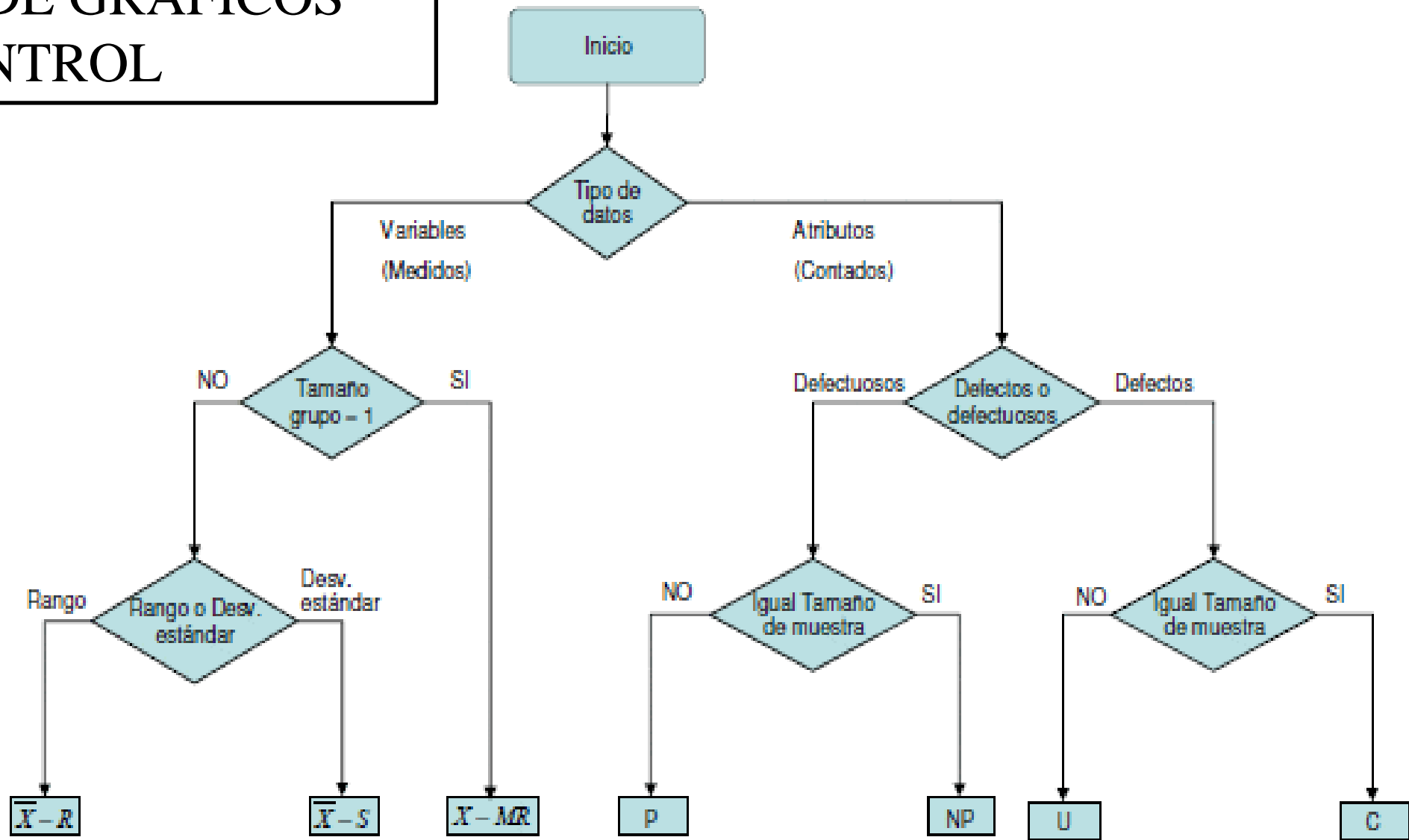
Condición de *mínimo desecho*: $\sigma = 0$ es ideal, no real.

Se debe adoptar un valor de σ suficientemente pequeño para que el desecho sea despreciable y posible económicamente.

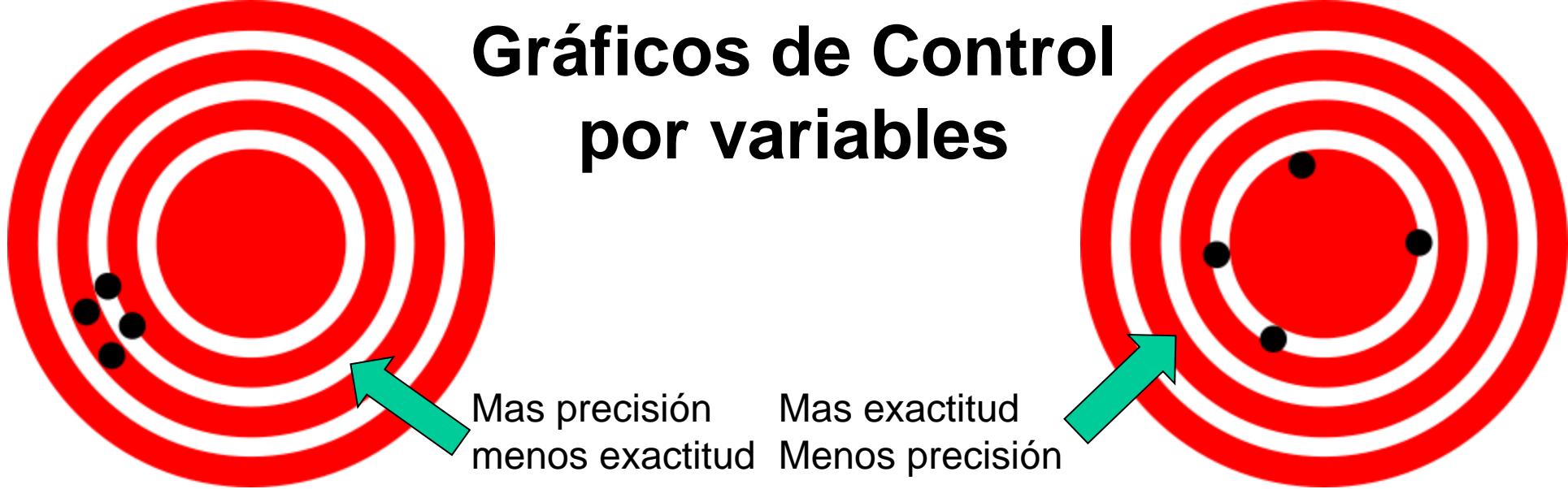
***Control
Estadístico...***
**Cómo ponerlo
en marcha?**



TIPOS DE GRÁFICOS DE CONTROL



Gráficos de Control por variables



Según lo visto antes hay dos tipos de gráficos de control:

- Gráficos de Control de **exactitud**: promedios o medianas.
- Gráficos de Control de **precisión**: intervalos o desviaciones normales.

Cuatro combinaciones posibles:

1.- Gráficos de promedios e intervalos (\bar{X} ; R); **2.-** Gráficos de promedios y desviaciones normales (\bar{x} ; σ); **3.-** Gráficos de medianas e intervalos (Me;R); **4.-** Gráficos de medianas y desviaciones normales (Me; σ).

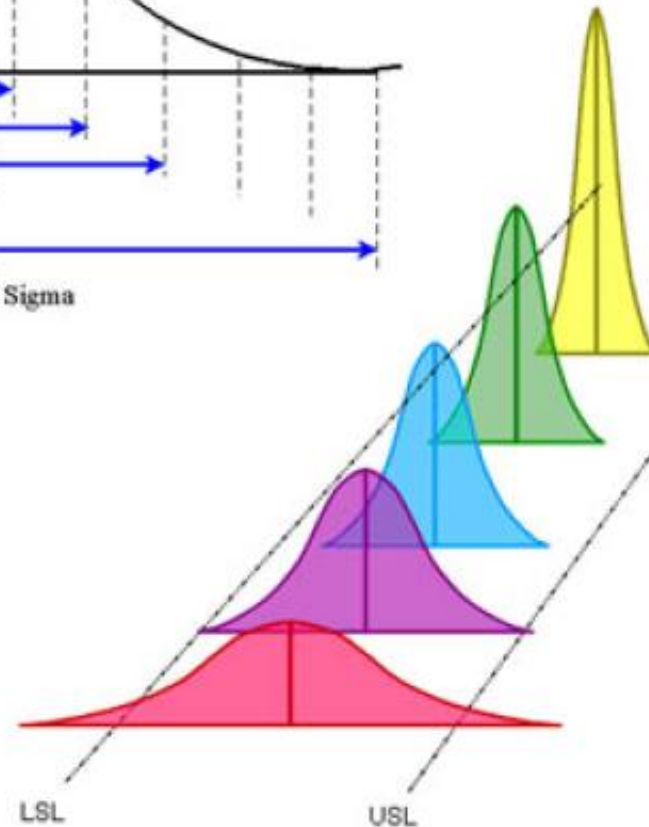
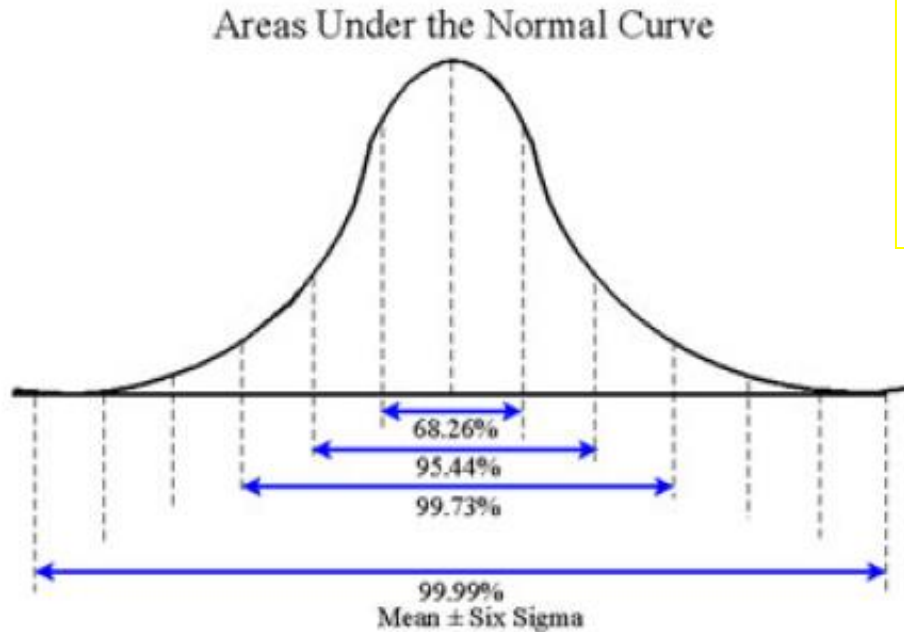
Los gráficos de control **X ; R** son los más usados por la industria debido a su sencillez y eficacia para *pequeños tamaños de muestras*.

La Regla de las Tres Sigmas

El criterio que se adopta en general es: $\nabla = 3 \sigma'$.

$\bar{X} \pm 3\sigma$ cubre un área del 99.8% de las observaciones (área de la distribución normal) o sea fuera de $\bar{X} \pm 3.09\sigma = 0.2\%$ de las observaciones.

Esto significa una confianza del 99.8% que el proceso está dentro de los límites



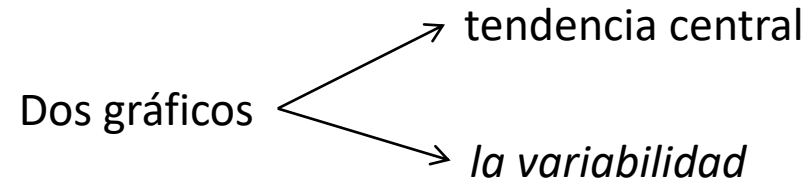
Cp	σ	ppm
2.00	6.0	3.4
1.67	5.0	233
1.33	4.0	6,210
1.00	3.0	66,800
0.67	2.0	308,540

Conocido como
Motorola Company
Six Sigma

Regla utilizada
en CEP o SPC
Tres Sigma

Gráficos de Control " X , R " SIN Valores Especificados

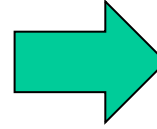
Características:



- ☐ Utilizan el rango (R) de los datos como medida de la variabilidad del proceso.
- ☐ Sencillo de calcular.
- ☐ Válido para muestras de tamaño pequeño ($n < 8$), usualmente 5
- ☐ La frecuencia de muestreo será tal que recoja los cambios en el proceso entre las muestras debidos a causas internas y externas.
- ☐ Las muestras deben recogerse con la frecuencia, y en los tiempos oportunos para que puedan reflejar dichas oportunidades de cambio. (Por ejemplo: turnos, lotes, horarios).
- ☐ Se recogerán muestras suficientes para cerciorarse de que las causas internas de variación tienen oportunidad para manifestarse.
- ☐ Proporcionar una prueba de la estabilidad del proceso. Con un mínimo de 100 mediciones individuales se obtiene esta garantía. (25 muestras de $n = 4$ ó 20 muestras de $n = 5$).

Los gráficos \bar{X} - R se utilizan cuando la característica de calidad que se desea controlar es una *variable continua* (mediciones).

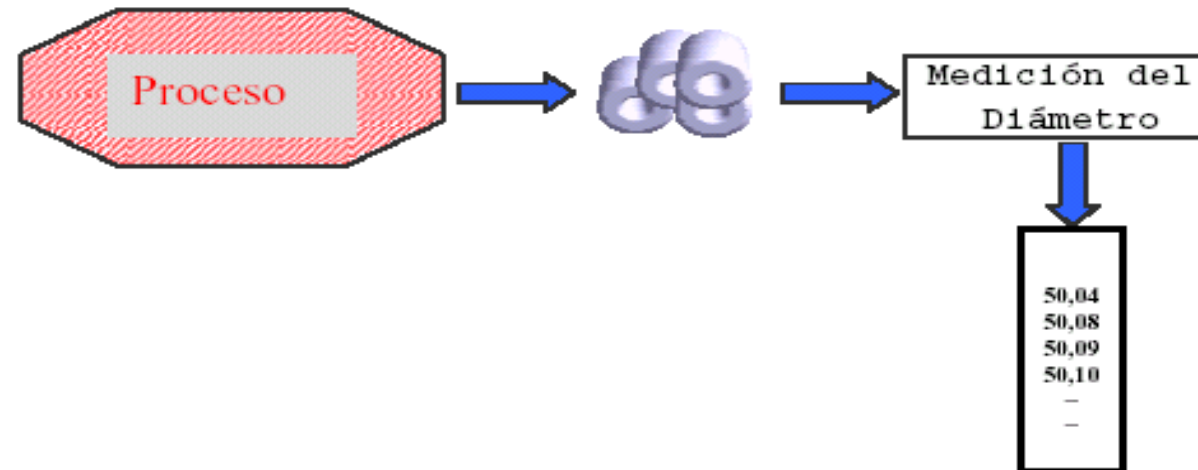
Concepto de **subgrupos** (o subgrupos racionales):
mediciones de un proceso,
de acuerdo a algún criterio.



máxima variabilidad entre
subgrupos y la mínima
variabilidad dentro de
cada subgrupo.

Por ejemplo, si hay cuatro turnos de trabajo en un día, las mediciones de cada turno podrían constituir un subgrupo.

Supongamos una fábrica que produce piezas cilíndricas y la característica de calidad que se desea controlar es el diámetro de las piezas.



Forma de obtener los subgrupos:

- Una de ellas es retirar varias piezas juntas a intervalos regulares, por ejemplo seis piezas cada hora (forma más usada).
- La otra forma es retirar piezas individuales a lo largo del intervalo de tiempo correspondiente al grupo, por ejemplo una pieza cada 10 min. durante una hora.

Por cualquiera de los dos caminos, obtenemos grupos de igual número de mediciones.

Frecuencia para extraer los subgrupos:

En general un criterio es:

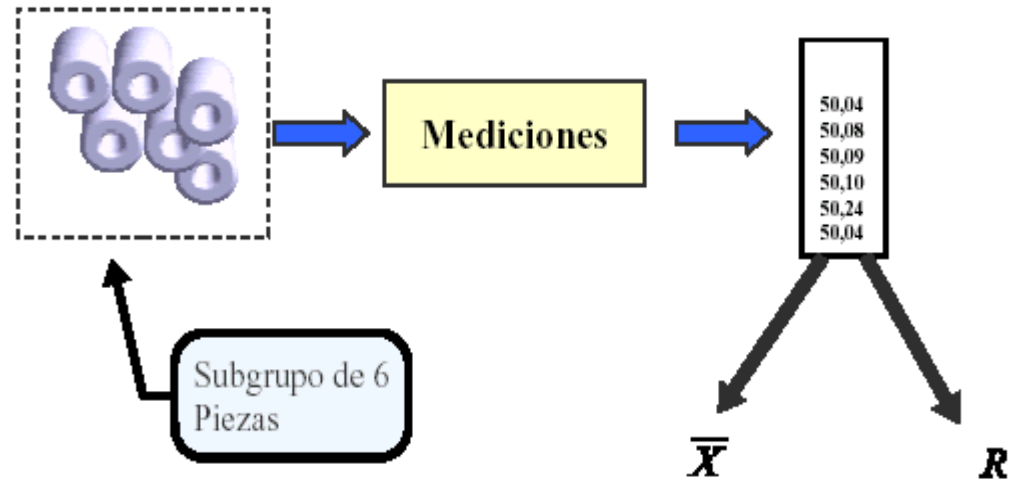
- Para operaciones con mucha mano de obra es conviene tomar muestras grandes y poco frecuentes;
- Para operaciones más automatizadas conviene muestras pequeñas y con gran frecuencia.

Para los *gráficos por variables* primero se fija el tamaño de muestra y luego de acuerdo a la importancia de la característica de calidad y el tiempo disponible del inspector se determina la frecuencia del control.

A mayor frecuencia mayor información pero mayores costos, por lo tanto debe haber un compromiso entre información y costos.

La mayoría de los gráficos **X; R** se basan en muestras de tamaño 4 o 5 generalmente $n=5$.

Para cada subgrupo calculamos el Promedio y el Rango



$$\bar{X} = \frac{50,04 + 50,08 + 50,09 + 50,10 + 50,24 + 50,04}{6}$$

$$R = (50,24 - 50,04)$$

Después de calcular el Promedio y el Rango de cada subgrupo, tendríamos una tabla como la siguiente:

Nº Subgrupo	\bar{X}_p	R
1	50.10	0.20
2	50.05	0.17
3	50.08	0.19
4	50.10	0.15
5	50.06	0.17
6	50.10	0.07
7	50.04	0.16
—	—	—
—	—	—

A partir de esta tabla, se calculan el promedio general de promedios de subgrupo y el promedio de rangos de subgrupo:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}_i}{N}$$

\bar{X}_i Promedio de subgrupo

N Número de subgrupo

O también:

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum x_i}{N \cdot n}$$

x_i Mediciones individuales

N Número de subgrupo

n Número de mediciones dentro del subgrupo

$$\bar{R} = \frac{\sum R_i}{N}$$

R Rango Promedio de los subgrupos

Los *límites de control* para el **Rango** son:

(conviene empezar por los Rangos porque R se usa en los límites de control de los promedios)

$$LS : D_4 \bar{R}$$

$$LC : \bar{R}$$

$$LI : D_3 \bar{R}$$

En nuestro ejemplo con n=5 tenemos que:

$$D_4 = 2,114 \text{ y } D_3 = 0$$

Número de observaciones en una muestra	A ₂	D ₃	D ₄	Factor para la estimación de R: d ₂ =R/s
2	1.880	0	3.268	1.128
3	1.023	0	2.574	1.693
4	0.729	0	2.282	2.059
5	0.577	0	2.114	2.326
6	0.483	0	2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.864	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.97
10	0.308	0.223	1.777	3.078
11	0.285	0.256	1.744	3.173
12	0.266	0.284	1.717	3.258
13	0.249	0.308	1.692	3.336
14	0.235	0.329	1.671	3.407
15	0.223	0.348	1.652	3.472

Los límites de control para el **Promedio** son:

$$LS : \bar{X} + A_2 \bar{R}$$

$$LC : \bar{X}$$

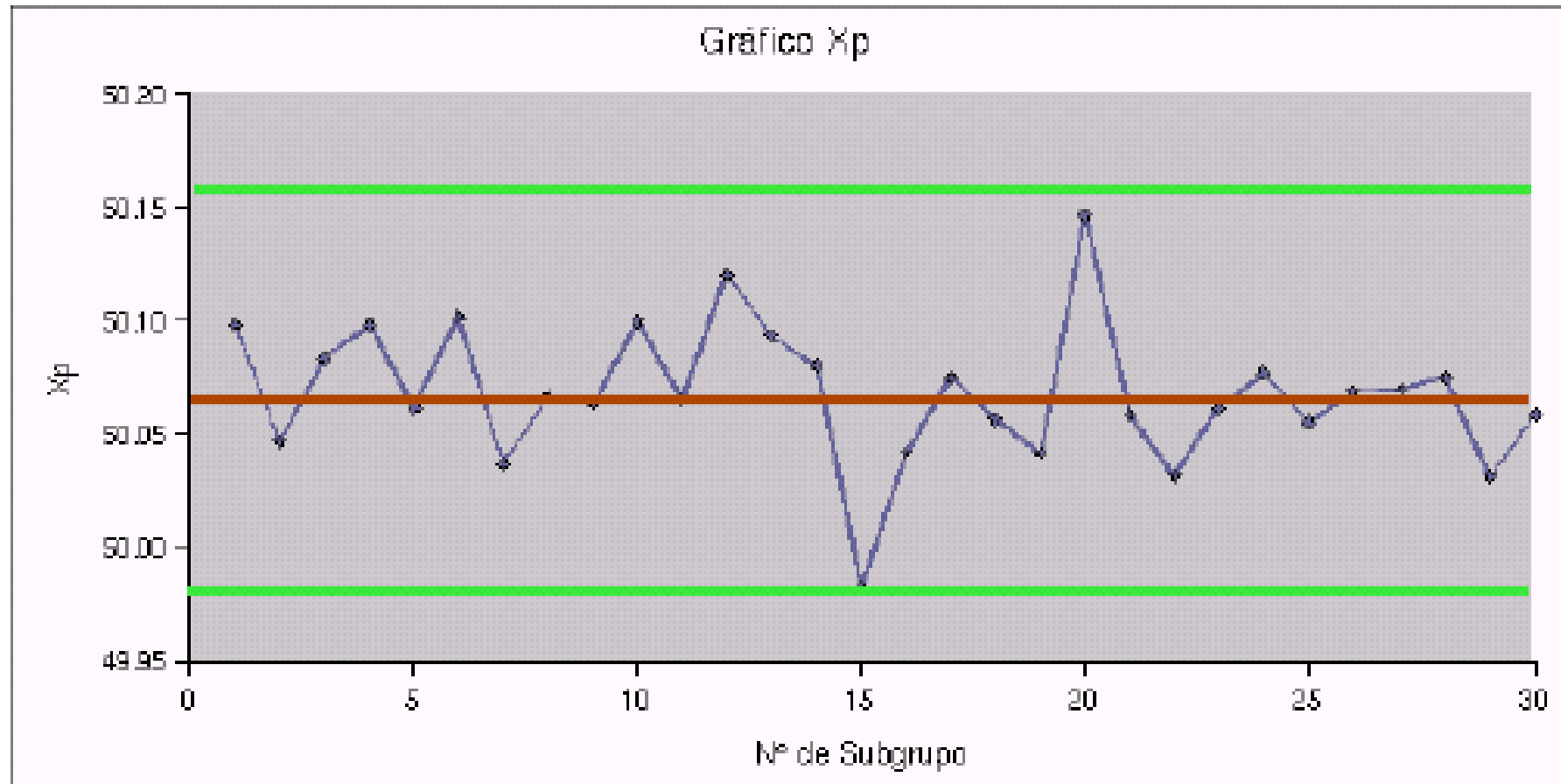
$$LI : \bar{X} - A_2 \bar{R}$$

En nuestro ejemplo con n=5 tenemos que:

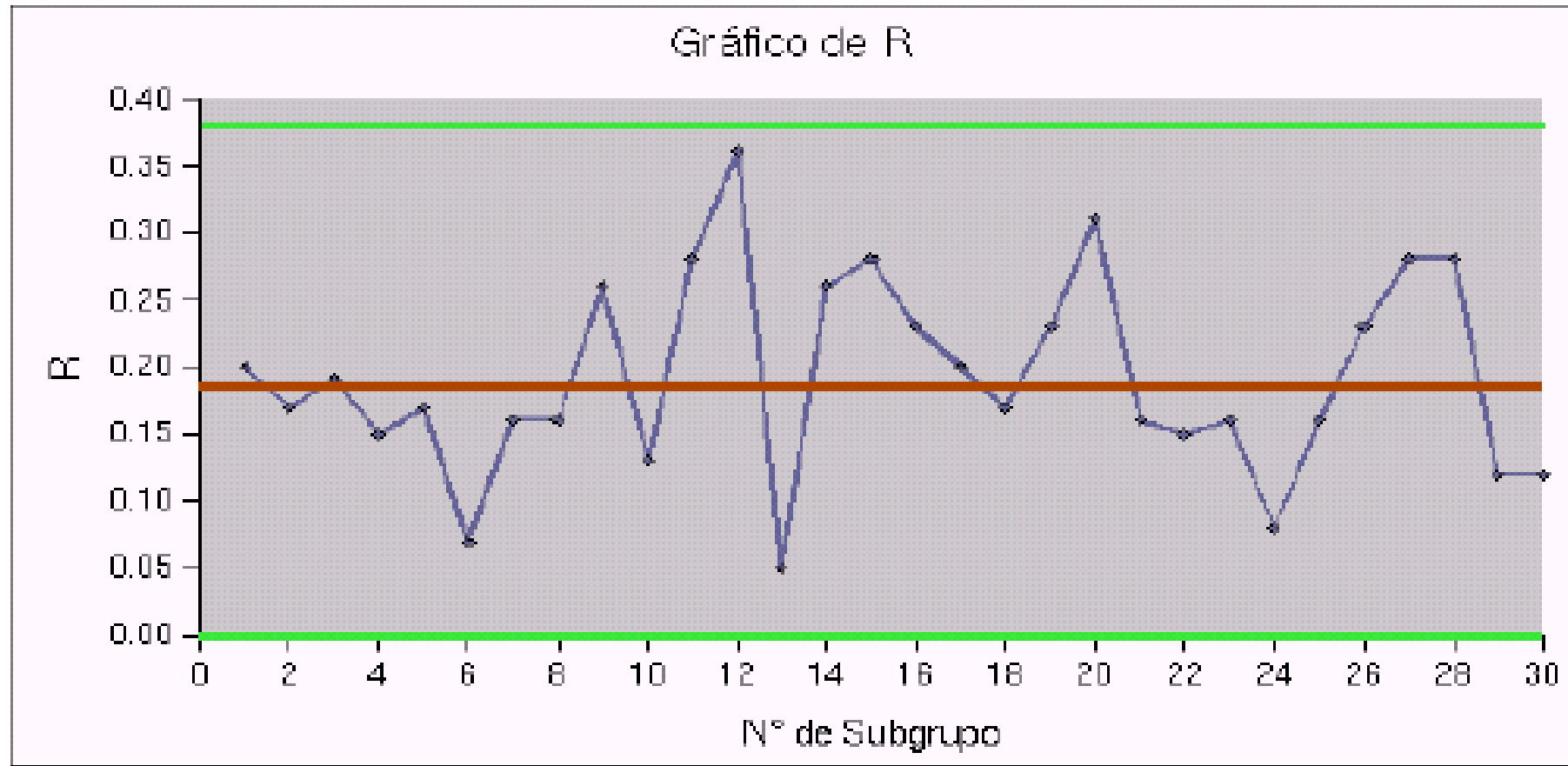
$$A_2 = 0,577$$

Número de observaciones en una muestra	A ₂	D ₃	D ₄	Factor para la estimación de R: d ₂ =R/s
2	1.880	0	3.268	1.128
3	1.023	0	2.574	1.693
4	0.729	0	2.282	2.059
5	0.577	0	2.114	2.326
6	0.483	0	2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.864	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.97
10	0.308	0.223	1.777	3.078
11	0.285	0.256	1.744	3.173
12	0.266	0.284	1.717	3.258
13	0.249	0.308	1.692	3.336
14	0.235	0.329	1.671	3.407
15	0.223	0.348	1.652	3.472

Construimos entonces un **Gráfico X** de prueba y representamos los promedios de los subgrupos:



Y un **Gráfico R** de prueba, donde representamos los rangos de los subgrupos:



Si no hay puntos fuera de los límites de control y no se encuentran patrones no aleatorios, se adoptan los límites calculados para controlar la producción futura.

GRÁFICOS DE CONTROL \bar{X} ; R con valores especificados

Los valores especificados son una característica de calidad *medible (variable)*:

M: valor central de la tolerancia

∇ : Discrepancia

Las relaciones entre los parámetros del *universo* con los *valores individuales* y los *valores especificados* son:

$$\bar{X} = M ; \sigma = \nabla / 3$$

criterio adoptado $\nabla = 3\sigma$

Cálculo de los Límites con Valores Especificados

Estos Límites son otra expresión de las Especificaciones, y tenemos la tarea de compararlos con los límites de Control Sin Especificaciones, por lo cual, tendremos que "traducir" las especificaciones que son para valores individuales, a límites para subgrupos de **n** unidades. En nuestro caso **n=5**.

Una especificación la hemos definido como un valor determinado por el cliente o el diseñador y ciertas tolerancia dentro de las cuales el producto continua siendo satisfactorio.

Ejemplo:

Para una longitud de un objeto (8,0 cm)

Expresaremos la Especificación con sus Tolerancias de la siguiente manera:

Especificación: $8,0 \pm 0,2$ cm

Para nuestros cálculos llamaremos **M** a la **Especificación** y ∇ a la **Discrepancia** (para el ejemplo 8,0 y 0.2 cm respectivamente).

Se define como **Tolerancia** a 2 veces ∇ , en este caso 0,4 cm.

La tolerancia es entonces todo el ancho a través del cual se puede desplazar mi medida sin que constituya defecto. Para comparar entre el universo verdadero del proceso y los datos de las Especificaciones, tendremos que establecer algunos supuestos básicos, los cuales son:

- Que la media del Universo de datos a producir, coincida con la Especificación Simétrica
- Que la amplitud de la Especificación sea capaz de contener dentro de su intervalo la distribución normal de los datos del proceso. Esto significa suponer que la **Tolerancia** es igual a 6σ , o, lo que es lo mismo, que ∇ sea igual a 3σ

$$\bar{X} = M \text{ y } \sigma = \nabla / 3$$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} \quad \sigma_R = d_3 \sigma = \frac{d_3}{d_2} \bar{R}$$

De acuerdo con esto, los límites son:

$$\text{LÍMITE SUPERIOR : } M + \frac{\bar{V}}{\sqrt{n}}$$

$$\text{LINEA CENTRAL : } M$$

$$\text{LÍMITE INFERIOR : } M - \frac{\bar{V}}{\sqrt{n}}$$

Para los intervalos será : (límite superior puesto que el límite inferior no tiene sentido práctico)

$$\text{LÍMITE SUPERIOR : } D_2 \frac{\bar{V}}{3}$$

Constantes para Gráficos de Control																
n	A	A2	A3	c4	1/c4	B3	B4	B5	B6	d2	d3	1/d2	D1	D2	D3	D4
2	2.121	1.880	2.659	0.798	1.253	0.000	3.267	0.000	2.606	1.128	0.853	0.886	0.000	3.686	0.000	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.886	1.128	0.000	2.568	0.000	2.276	1.693	0.888	0.591	0.000	4.358	0.000	2.575
4	1.500	0.729	1.628	0.921	1.085	0.000	2.266	0.000	2.088	2.059	0.880	0.486	0.000	4.698	0.000	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.940	1.064	0.000	2.089	0.000	1.964	2.326	0.864	0.430	0.000	4.918	0.000	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.952	1.051	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.848	0.395	0.000	5.079	0.000	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.959	1.042	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.833	0.370	0.205	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.965	1.036	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.820	0.351	0.388	5.307	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.969	1.032	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.808	0.337	0.547	5.394	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.973	1.028	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.797	0.325	0.686	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.975	1.025	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.787	0.315	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.978	1.023	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.778	0.307	0.923	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.979	1.021	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.770	0.300	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.981	1.019	0.406	1.594	0.398	1.563	3.407	0.763	0.294	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.982	1.018	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.756	0.288	1.203	5.740	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.983	1.017	0.448	1.552	0.440	1.527	3.532	0.750	0.283	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.985	1.016	0.466	1.534	0.459	1.510	3.588	0.744	0.279	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.985	1.015	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.739	0.275	1.424	5.856	0.391	1.609
19	0.688	0.187	0.698	0.986	1.014	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.733	0.271	1.489	5.889	0.404	1.596
20	0.671	0.180	0.680	0.987	1.013	0.510	1.490	0.503	1.470	3.735	0.729	0.268	1.549	5.921	0.415	1.585
21	0.655	0.173	0.663	0.988	1.013	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.724	0.265	1.606	5.951	0.425	1.575
22	0.640	0.167	0.647	0.988	1.012	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.720	0.262	1.660	5.979	0.435	1.565
23	0.626	0.162	0.633	0.989	1.011	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.716	0.259	1.711	6.006	0.443	1.557
24	0.612	0.157	0.619	0.989	1.011	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.712	0.257	1.759	6.032	0.452	1.548
25	0.600	0.153	0.606	0.990	1.010	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.708	0.254	1.805	6.056	0.459	1.541

Índices de capacidad

Para cuantificar la Capacidad de Proceso se utilizan coeficientes que permiten comparar el rango de especificaciones con la fluctuación natural del proceso. Uno de ellos es **C_p**.

Si los procesos están centrados:

Capacidad de máquinas

$$C_m = \frac{LST - LIT}{8\sigma}$$

Capacidad de procesos

$$C_p = \frac{LST - LIT}{6\sigma}$$

Los valores de 6σ y 8σ se han fijado de modo que la conformidad sea de al menos 99.997% y 99.865% si los datos provienen de una distribución normal.

Índices de capacidad

Se desea que el índice de capacidad sea tan grande como sea posible:

Si el proceso tiene capacidad para fabricar el producto, entonces $C_p > 1$. En general se exige $C_p > 1.30$ para mayor seguridad.

- Si $C_p < 1$ se dice que el proceso no es capaz.
- Si $1 < C_p < 1.33$ el proceso es capaz, pero cualquier pequeño cambio en las condiciones puede hacer que pierda esta cualidad.
- Si $C_p > 1.33$ el proceso es capaz y robusto.

